

Mesoskopische Supraleitung

Dr. Wolfgang Belzig, Theoretical Physics Group, Department of Applied Physics & DIMES, Delft University of Technology, Lorentzweg 1, NL-2628 CJ Delft

Prof. Dr. Christoph Bruder, Departement Physik und Astronomie, Universität Basel, Klingelbergstr. 82, CH-4056 Basel.

<http://www.physik.unibas.ch/>

Vorspann: Metallische und halbleitende Nanostrukturen sind eines der aktivsten Forschungsthemen der Physik. Sie bilden einerseits die Basis für immer kleinere Schaltkreise, andererseits machen sie die Quantenmechanik direkt „greifbar“, d.h., liefern einen direkten Zugang zu quantenmechanischen Erscheinungen und haben daher große Bedeutung für die Grundlagenforschung. Was passiert, wenn man sie mit Supraleitern kombiniert?

Die mesoskopische Physik, das heißt, die Physik kleiner elektronischer Systeme, ist eines der zentralen Forschungsgebiete der modernen Festkörperphysik. In dieser Welt, die etwa unter etwa einem Mikrometer beginnt, also zwischen (meso=zwischen) unserer makroskopischen Umwelt und der atomaren und subatomaren Mikrowelt eingeordnet ist, treten eine Reihe neuer Phänomene auf, die sowohl für die Grundlagenforschung als auch für Anwendungen von großem Interesse sind. Mesoskopische Systeme zeigen *quantenmechanische Kohärenz*, und es gibt Effekte, bei denen die *Quantisierung der Elektronenladung* sichtbar wird. Mit Hilfe von Experimenten in mesoskopischen Systemen können daher auch die Grundlagen der Quantenmechanik, Fragen nach dem Messprozess, und Dekohärenzvorgänge studiert werden. In letzter Zeit ist der faszinierende Vorschlag aufgetaucht, quantenkohärente Systeme als Quantencomputer oder zur unknackbaren Verschlüsselung von Nachrichten einzusetzen; mesoskopische elektronische Systeme sind hervorragende Kandidaten zur Realisierung solcher neuartiger massgeschneiderter Quantensysteme.

Quantenmechanische Kohärenzeffekte, also Effekte, die von der Wellennatur der Elektronen herrühren, werden in normalleitenden mesoskopischen Systemen schon seit einiger Zeit untersucht [1]. Der Leitwert (also der Keh-

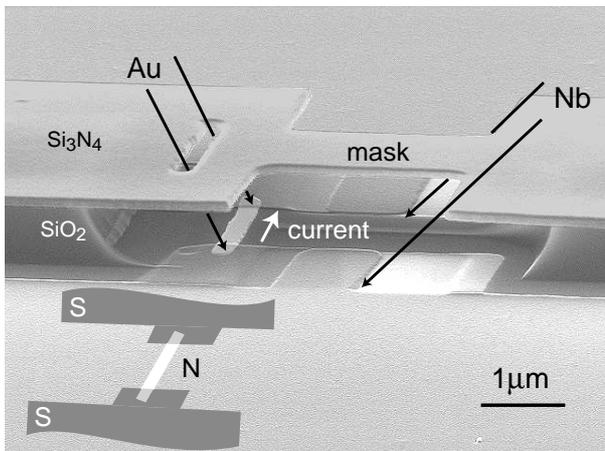


Abbildung 1: Aus Ref. [3] entnommenes Beispiel für eine durch Schattenverdampfungstechnik hergestellte Supraleiter(S)-Normaleiter(N)-Struktur, S ist dabei Niob, und N Gold. Links unten der schematische Aufbau, darüber die tatsächliche Ausführung der Struktur. Sie wurde an der Universität Basel hergestellt und untersucht.

wert des Widerstands) einer Engstelle eines zweidimensionalen Elektronengases (eines sogenannten Quantenpunktkontakts) ist beispielsweise quantisiert. Wird die Engstelle erweitert, lässt sie eine grössere Zahl von Elektronenmoden zu, und jede Mode trägt $2e^2/h \sim 1/13k\Omega$ zum Leitwert bei. Eine andere Klasse neuer Effekte in kleinen Strukturen rührt von der Diskretheit der Elektronenladung her und ist unter dem Namen Einzelelektron-Effekte bekanntgeworden. So ist es z.B. möglich, Elektronen einzeln nacheinander in kontrollierter Weise durch einen kleine metallische Insel zu transportieren und damit einen Stromstandard zu bauen [2].

In den letzten Jahren wurde die Untersuchung von Interferenz- und Einzelelektron-Effekten auf Systeme ausgeweitet, die aus einer Kombination von normalen und *supraleitenden* Teilen bestehen (Bild 1 zeigt ein an der Universität Basel hergestelltes Beispiel für eine solche Struktur). Diese Systeme zeigen verstärkte Quanteneffekte: in Supraleitern bilden die Elektronen Cooper-Paare, und jedes Paar wird durch die gleiche Wellenfunktion beschrieben, das heisst, die quantenmechanische Phase ist auf makroskopischen Distanzen definiert.

In der „normalleitenden“ mesoskopischen Physik spielen Halbleiter-Heterostrukturen eine wichtige Rolle, weil sie es erlauben, ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG) herzustellen. Eine Reihe von Materialproblemen musste überwunden werden, bevor es gelang, Supraleiter und 2DEGs zu verbinden, aber seit einigen Jahren wird die Technik dieser Hybridstrukturen in mehreren Labors rund um die Welt beherrscht (in Deutschland werden sie unter anderem in der Gruppe von U. Merkt (Universität Hamburg) und am Forschungszentrum Jülich hergestellt und untersucht). Man benutzt Indiumarsenid (InAs) als Grundlage; an der Oberfläche dieses Materials bildet sich das 2DEG von selbst. Aufgedampfte Elektroden aus supraleitendem Material (z.B. Niob) kontaktieren das 2DEG, wodurch eine SN-Struktur entsteht (wir gebrauchen hier für das 2DEG ebenfalls die Abkürzung N). Der Hauptvorteil der Halbleiterstrukturen besteht in ihrer Flexibilität: die räumliche Dimension des elektronischen Systems, die Geometrie und die Elektronenkonzentration (und damit der Fermi-Wellenvektor k_F) können experimentell verändert werden.

Kleine supraleitende Strukturen weisen so viele neue Aspekte im Vergleich zu normalen mesoskopischen Systemen auf, dass es sich eingebürgert hat, von einer eigenen Teildisziplin, der *mesoskopischen Supraleitung*, zu sprechen. Wir wollen darunter alle mit der Supraleitung zusammenhängenden Effekte verstehen, die in Strukturen auf der Mikrometerskala und darunter auftreten. Dazu gehören auch Effekte, die bereits aus der makroskopischen Supraleitung bekannt sind und in kleinen Systemen verstärkt oder besonders schön ausgeprägt sind. Eine aktuelle Übersicht über das ganze Gebiet, zu der viele Autoren aus der ganzen Welt beigetragen haben, ist gerade als Sonderausgabe der Zeitschrift *Superlattices and Microstructures* erschienen [4]. Im folgenden wollen wir etwas genauer auf einige der typischen Effekte eingehen.

(1) Ultrakleine supraleitende Inseln

(1a) Einzelelektron-Effekte in Supraleitern.

Die Coulomb-Energie einer kleinen Insel hängt von der Zahl der Überschussladungen ab, d.h., sie ändert sich (wegen der Quantisierung der Ladung) schrittweise, wenn sich die Elektronenzahl (z.B. durch Tunneln) ändert. Die Ladungsenergie, die dazu aufgewandt werden muss, ist durch die Kapazität C der Insel definiert und durch $E_C = e^2/2C$ gegeben. Für makroskopische Proben, die durch große Kapazitäten charakterisiert sind, ist E_C vernachlässigbar klein, in mesoskopischen Proben dagegen wichtig. Die La-

dungsenergie führt zur *Coulomb-Blockade*, d.h., Blockade von Tunnelprozessen.

Einzelelektron-Effekte treten auch in supraleitenden Strukturen auf und führen zu besonders interessanten Konsequenzen. Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen begünstigt nämlich die Existenz einer festen Elektronenzahl auf einer kleinen supraleitenden Insel, während der Grundzustand der Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) - Theorie durch eine feste Phase und fluktuierende Teilchenzahl charakterisiert ist. Die aus Quantenoptik und Supraleitungstheorie wohlbekanntes Unschärferelation von Teilchenzahl und Phase wird hier direkt beobachtbar: sie kann nachgewiesen werden in Strukturen, in denen eine kleine supraleitende Insel durch Tunnelkontakte an Zuleitungen angeschlossen ist. Eine andere Folge der festen Teilchenzahl sind Paritätseffekte: eine Energie Δ ist nötig, um ein Elektron zu einem Supraleiter im Grundzustand, in dem die Elektronen als Cooper-Paare vorliegen, hinzuzufügen. Folglich gibt es einen Unterschied zwischen Zuständen, die eine gerade oder ungerade Teilchenzahl enthalten, obwohl die Gesamtzahl der Elektronen auf der kleinen Insel z.B. von der Ordnung 10^{10} ist [6].

Eine andere Konsequenz der Coulomb-Blockade ist die Unterdrückung des Josephson-Effekts (siehe Kasten). Dies wurde in Delft direkt nachgewiesen mit Hilfe einer raffinierten Anordnung, in der die effektive Grösse einer Insel durch einstellbare Kopplung an eine grössere Insel verändert werden konnte [13]. Mit Hilfe moderner lithographischer Methoden wurden auch sogenannte Josephson-Gitter hergestellt, d.h., ein- oder zweidimensionale geordnete Gitter, die aus Tausenden supraleitender Inseln bestehen, die durch Tunnelkontakte gekoppelt sind (siehe Bild 2 für ein besonders schönes Beispiel). Die Coulomb-Blockade tritt hier makroskopisch verstärkt auf: die Gitter zeigen einen Metall-Isolator-Übergang (Mott-Übergang) von einem makroskopisch supraleitenden Zustand zu einem Isolator, in dem zwar jede einzelne Insel supraleitend ist, das Gitter als ganzes jedoch isolierend! Wie lässt sich dieser scheinbare Widerspruch auflösen? Supraleitung erfordert eine langreichweitige Kohärenz der quantenmechanischen Phase. Jede der Inseln ist durch eine solche Phase charakterisiert, und die Frage ist nun, ob die Phasen der verschiedenen Inseln „im Takt“ sind. Bei nicht zu kleinen Inselkapazitäten ist das der Fall. Falls jedoch die Josephson-Energie (die durch den Leitwert der Kontakte bestimmt ist) kleiner ist als die Ladungsenergie, wird die Teilchenzahl der einzelnen Inseln eine immer bessere Quantenzahl und die Phasen beginnen unabhängig voneinander zu fluktuieren. Als Resultat ergibt sich ein Mott-isolierender Zustand.

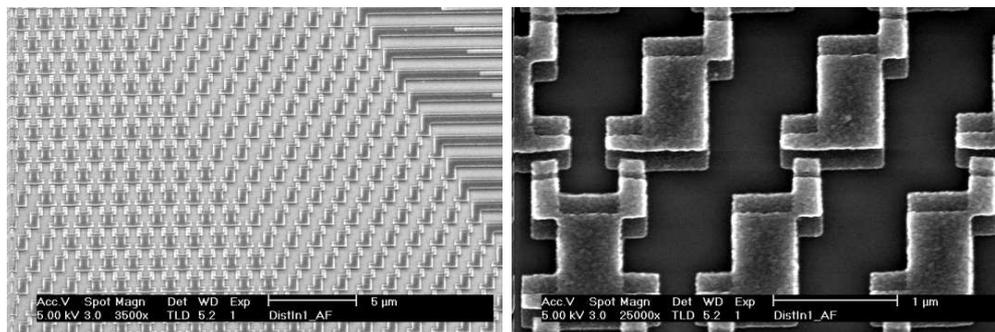


Abbildung 2: Beispiel für ein an der TU Delft hergestelltes Josephson-Gitter. Auf der linken Seite des linken Bildes ist das eigentliche Gitter zu sehen, in dem jede Aluminium-Insel durch Tunnelkontakte mit ihren vier nächsten Nachbarn verbunden ist. Die linearen Strukturen in der rechten Bildhälfte sind Zuleitungen, mit denen jede Reihe des Gitters kontaktiert werden kann. Das rechte Bild zeigt einen Ausschnitt des linken. Man beachte den jeweils rechts unten eingezeichneten Maßstab (wir bedanken uns bei H. Majer und J. E. Mooij für diese Bilder).

Josephson-Gitter zeigen aber noch eine Reihe weiterer faszinierender Phänomene. Eines davon ist das Auftreten magnetischer Wirbel, die sich wie quantenmechanische Teilchen verhalten. Sie haben eine Masse und bewegen sich ballistisch fort. Sie verhalten sich wie Bloch-Teilchen, bilden also Bänder, und können interferieren. Ein besonders schönes Beispiel ist die experimentelle Beobachtung des Aharonov-Casher-Effekts: es handelt sich um ein Analogon des Aharonov-Bohm-Effekts, bei dem die Rollen von elektrischer Ladung und magnetischem Fluss vertauscht sind, d.h., ein magnetisches Moment bewegt sich um eine Ladung, und seine quantenmechanische Phase wird dabei modifiziert. Dieser Effekt wurde in Delft in einem Josephson-Gitter mit einer Doppelspalt-Geometrie untersucht [14]. Eine Ladung zwischen den beiden Spalten beeinflusste dabei das Interferenzbild der Wirbel in der vorhergesagten Weise!

(1b) Inseln unter 10nm – was heisst supraleitend?!

Bei supraleitenden Inseln mit einem Durchmesser von unter 10nm tritt ein Regime auf, in dem die Diskretheit des Energiespektrums wichtig wird (Einzelelektron-Niveaus im Kastenpotential!). Der Abstand der Niveaus verhält sich nämlich wie $1/N_0 \sim 1/\text{Volumen}$, dabei ist N_0 die Zustandsdichte an der Fermienergie. Bei kleinen Inseln erreicht er irgendwann die Größe der Energielücke Δ , und die Zahl der am paarkorrelierten Grundzustand beteiligten Elektronen wird von der Grössenordnung 1. Ist diese Insel noch supraleitend? Es ist technisch unmöglich, den Widerstand einer so kleinen Insel zu messen, und es gibt keinen Meissner-Effekt, d.h., es gibt keine Supraleitung im makroskopischen Sinn. Trotzdem gelang es kürzlich einer Gruppe in Harvard, eine Art Tunnelspektroskopie an einem ultrakleinen Aluminiumkorn auszuführen, dabei die supraleitenden Paarkorrelationen nachzuweisen und in Zusammenarbeit mit dem Institut für Theoretische Festkörperphysik in Karlsruhe [15] zu analysieren. In Körnern mit gerader Elektronenzahl wurde eine Anregungslücke gefunden, die in Körnern mit ungerader Zahl fehlte.

(2) Proximity-Effekt

Ein für die mesoskopische Supraleitung sehr wichtiges Phänomen wurde bereits 1964 von Andreev entdeckt: ein Elektron, das sich aus dem normalen Metall kommend der Grenzfläche zu einem Supraleiter nähert, findet im Supraleiter keine freien Einteilchenzustände vor und wird deshalb reflektiert. Allerdings in sehr ungewöhnlicher Weise: es wird nämlich von einem Teilchen mit Ladung e zu einem mit Ladung $-e$ (also einem Loch) umgewandelt

und *in Einfallrichtung* zurückgeschickt (und nicht spiegelnd wie bei der Reflexion an einer harten Wand). Dieser merkwürdige Reflexionsprozess wird *Andreev-Reflexion* genannt und im Kasten genauer diskutiert.

Eng mit der Andreev-Reflexion verknüpft ist der Proximity-Effekt: ein mit einem Supraleiter in elektrischem Kontakt stehendes Normalmetall bekommt supraleitende Eigenschaften. Man kann das anschaulich so verstehen, dass das Andreev-reflektierte Loch die Information über die Anwesenheit des Supraleiters in den Normalleiter zurückträgt. Das Normalmetall verhält sich dann in der Nähe (proximity=Nähe) der Grenzfläche wie ein (schwacher) Supraleiter. „In der Nähe“ wird dabei durch eine Längenskala ξ definiert. Sie ist in einem ungeordneten normalen Metall durch $\xi = \sqrt{\hbar D/k_B T}$ gegeben, wächst also mit abnehmender Temperatur an (\hbar ist das Planck'sche Wirkungsquantum und D die Diffusionskonstante der Elektronen). Kleine Normalleiter können so vollständig supraleitend gemacht werden (bei Millikelvin-Temperaturen wurden Kupferschichten mit einer Dicke von 0.1mm supraleitend gemacht!). Naiverweise würde man erwarten, dass dies um so besser möglich ist, je tiefer die Temperatur wird. Überraschenderweise gilt das in mesoskopischen Systemen nicht notwendigerweise, wie wir weiter unten an einem Beispiel sehen werden.

(2a) Magnetische Eigenschaften.

Eine der fundamentalen Eigenschaften von Supraleitern ist die Abschirmung eines Magnetfeldes im Gleichgewicht (Meissner Effekt). Auch dieses Verhalten wird durch den Proximity-Effekt auf normale Metalle übertragen. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass in einem Proximity System die für die Abschirmung verantwortliche suprafluide Dichte (der Cooperpaare) räumlich nicht konstant ist. Sie fällt mit zunehmender Distanz zum Supraleiter ab und verschwindet schliesslich tief im normalen Metall. Die Abschirmung findet demnach nicht, wie in Supraleitern, an der Oberfläche statt, sondern erst wenn die suprafluide Dichte einen ausreichenden Wert hat. Der Abfall der suprafluiden Dichte ist stark temperaturabhängig und die Abschirmung damit ebenfalls, siehe Bild 3.

Dieser Effekt wird schon seit einiger Zeit experimentell untersucht, und zunächst ergab sich Übereinstimmung mit den gerade geschilderten theoretischen Überlegungen. Experimente in der Gruppe von A.-C. Mota an der ETH Zürich an extrem sauberen Proben zeigten jedoch neue Effekte, die bisher nur teilweise verstanden sind [7]. Zunächst konnten sowohl die Temperatur-Abhängigkeit als auch der Absolutwert der Abschirmung nicht

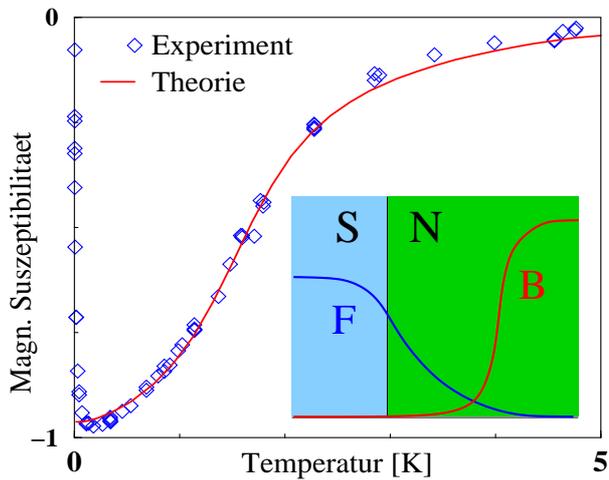


Abbildung 3: Ein Vergleich der gemessenen und der theoretisch berechneten magnetischen Suszeptibilität. Die Probe ist ein supraleitender Zylinder aus Niob ($T_c = 9.2\text{K}$), der mit einer $3.3\mu\text{m}$ dicken Silberschicht ummantelt ist. Die Daten zeigen die magnetische Antwort der Silberschicht, normiert auf die Antwort eines perfekten Diamagneten. Die theoretischen Berechnungen sind mit einer elastischen freien Weglänge von $1.8\mu\text{m}$ angepasst. Im kleinen Bild ist schematisch das Abschirmverhalten in der Silberschicht gezeigt: der Normalleiter N erhält durch den Kontakt zum Supraleiter supraleitend, was zu einem von 0 verschiedenen Wert der sog. Paaramplitude F in N führt. Das Magnetfeld B wird abgeschirmt, sobald F groß genug ist. Die experimentellen Daten zeigen bei sehr tiefen Temperaturen den paramagnetische Wiedereintrittseffekt, der im hier verwendeten theoretischen Modell nicht enthalten ist.

in dem einfachen Bild der suprafluiden Dichte verstanden werden. Durch theoretische Untersuchungen der Autoren [8] konnte gezeigt werden, dass die Berücksichtigung der nicht-lokalen Abschirmeigenschaften (die durch die grosse elastische freie Weglänge in den Experimenten verursacht wird) zur quantitativen Übereinstimmung mit den Experimenten führt. Bei sehr tiefen Temperaturen tritt in diesen Experimenten ein vollkommen unerwarteter Effekt auf, der sogenannte „paramagnetische Wiedereintrittseffekt“: eine Verringerung der diamagnetischen Abschirmung wird beobachtet. Intuitiv würde man erwarten, dass alle supraleitenden Eigenschaften bei tiefen Temperaturen verstärkt werden. Mögliche theoretische Erklärungen dieses Verhaltens sind Gegenstand aktueller Forschung [9].

(2b) SNS-Josephsonseffekt.

Im Kasten *Josephson Effekt* hatten wir gesehen, dass zwischen zwei Supraleitern, die durch eine Tunnelbarriere getrennt sind, ein Suprastrom fließen kann. Die dort angegebene Formel für den maximalen Suprastrom gilt jedoch auch allgemeiner, wenn man die Energielücke Δ durch die für das jeweilige System relevante Energieskala und R_N durch den Widerstand des Systems im normalen Zustand ersetzt. Die schwache Kopplung kann also auch durch ein normalleitendes Metall erfolgen. Dabei ist entscheidend, dass der Transport der Elektronen durch den Normalleiter phasenkohärent erfolgt. Die Reichweite der Phasenkohärenz ist temperaturabhängig und von der Grössenordnung der weiter oben definierten Kohärenzlänge ξ . Diese Temperaturabhängigkeit wurde experimentell in Grenoble bestimmt, indem auf einen normalleitenden Draht supraleitende Inseln aufgebracht wurden und der kritische Strom in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt wurde.

An dieser Stelle sollte auch erwähnt werden, dass die zu Beginn genannte Leitwertquantisierung in normalleitenden Quantenpunktkontakten ein supraleitendes Analogon hat: die Quantisierung des Josephsonstroms. Man erhält für den kritischen Suprastrom eines Quantenpunktkontaktes mit N Kanälen den theoretischen Wert $I_c = Ne\Delta/\hbar$ [10]. Diese Quantisierung wurde in einer Reihe von Experimenten nachgewiesen, vor allem in der Gruppe von van Ruitenbeck in Leiden. In Deutschland werden Untersuchungen an solchen Systemen von Elke Scheer an der Universität Karlsruhe durchgeführt; sie wurde dafür mit dem Gustav-Hertz-Preis 1999 ausgezeichnet.

(2c) Umkehrung des Josephson-Stroms.

Alle bis jetzt erwähnten Effekte waren Gleichgewichtseffekte, aber natürlich gibt es in mesoskopischen supraleitenden Systeme auch eine Reihe von Ef-

fekten, in denen Nichtgleichgewichtszustände eine Rolle spielen. Zum Beispiel kann es sein, dass der Josephsonstrom sein Vorzeichen umkehrt [11]! Der Josephson-Strom hängt einerseits vom (durch die Anwesenheit der Supraleiter veränderten) Energiespektrum des Normalleiters und andererseits von der Besetzung der stromtragenden Zustände ab. In einer SNS-Struktur gibt es aufgrund der Interferenz zwischen Andreev-Reflexionen an den beiden Supraleitern positive und (kleine) negative Beiträge zum Suprastrom. Im Gleichgewicht ist die Besetzung der Zustände so, dass der Gesamtstrom immer positiv ist. Durch das Induzieren einer Nichtgleichgewichtsbesetzung (indem man z.B. das System mit Mikrowellen anregt) lassen sich die positiven Beiträge unterdrücken. Unter entsprechenden Bedingungen kann der Josephson-Strom, wie gesagt, sogar sein Vorzeichen wechseln, was in einer Gold-Niob-Struktur demonstriert wurde[11].

(2d) Wiedereintritt der normalen Leitfähigkeit.

Ein anderer sehr schöner Nichtgleichgewichtseffekt wurde von Nazarov und Stoof theoretisch untersucht und dann in Grenoble gemessen [12]. Wir betrachten ein diffusives Stück Normalmetall N mit Diffusionskonstante D , Länge L und Leitwert G_N im normalen Zustand, das zwischen einen supraleitenden und einen normalen Leiter gelegt ist. Was ist sein Leitwert unter dem Einfluss des Supraleiters? Wir wissen bereits, dass der supraleitende Kontakt supraleitende Ordnung in N induziert. Daraus ergibt sich eine Verminderung des Widerstands, also Erhöhung des Leitwerts von N. Diese Erwartung wird auch bestätigt für Temperaturen, die nur etwas unterhalb der Sprungtemperatur des Supraleiters liegen. Falls die Temperatur dagegen unter die sogenannte Thouless-Energie $E_{Th} = \hbar D/L^2$ abgesenkt wird, so fällt der Leitwert von N wieder ab, siehe Bild 4. Diese sehr nichttriviale Vorhersage wurde durch ein Experiment in Grenoble experimentell bestätigt. Bei $T = 0$ schliesslich sagt die Theorie voraus, dass er wieder gleich G_N sein sollte! Das bedeutet aber nicht, dass der Proximity-Effekt wieder verschwindet, der Verlauf des elektrischen Feldes entlang von N und die Verteilung der Elektronen auf die Zustände ist völlig anders als bei höheren Temperaturen (d.h., das normale Metall verhält sich nicht wie ein Ohmscher Widerstand).

(3) Neueste Entwicklungen

(3a) Kohlenstoff-Nanoröhren.

Eine neue, erst vor kurzem entdeckte Klasse von Leitern sind die Kohlenstoff-Nanoröhren. Es handelt sich im wesentlichen um zu Röhren geformte einla-

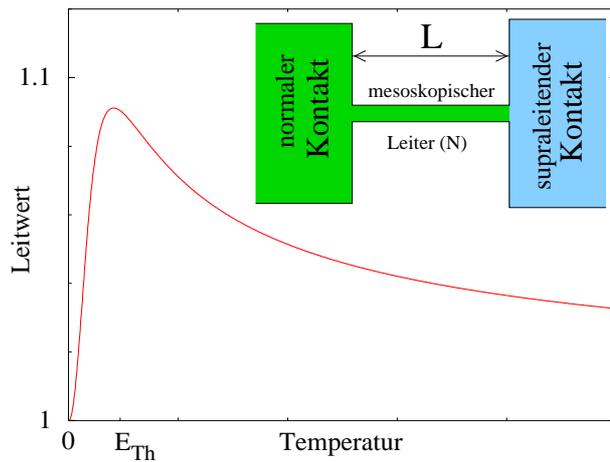


Abbildung 4: Temperaturabhängigkeit des Leitwerts eines mesoskopischen Leiters (N) zwischen einem supraleitenden und einem normalen Kontakt. Wir betrachten hier Temperaturen weit unterhalb von T_C . Der Leitwert von N (der hier bei hohen Temperaturen zu 1 gesetzt wurde) nimmt zunächst mit abnehmender Temperatur durch den Proximity-Effekt zu. Überraschenderweise nimmt er aber dann wieder ab, falls $k_B T$ unter die Thouless-Energie E_{Th} abgesenkt wird, und erreicht am absoluten Nullpunkt den gleichen Wert wie bei weit höheren Temperaturen!

gige Graphitschichten, die sich in Längsrichtung wie eindimensionale Metalle verhalten können. Viele ihrer Eigenschaften sind noch nicht verstanden und werden gerade erforscht. Kürzlich gelang es einer Gruppe in Orsay (Paris) auf raffinierte Weise, metallische Nanoröhren an beiden Enden durch einen Supraleiter zu kontaktieren, wodurch eine SNS-Struktur entstand, und einen überraschend großen Josephson-Strom durch dieses (Riesen-)Molekül zu schicken [16]. Möglicherweise lassen sich theoretische Arbeiten über die Kopplung von Supraleitern an sogenannte Luttinger-Flüssigkeiten [17] auf dieses Experiment anwenden.

(3b) Bausteine der Quanten-Informationsverarbeitung.

Schliesslich wollen wir ein sehr aktuelles Thema erwähnen: die Realisierung quantenmechanischer Zwei-Niveausysteme (QUBITs), die als Basis von Quanten-Computern bzw. zur Quanten-Informationsübertragung benutzt werden sollen [18]. Im Bereich der mesoskopischen Supraleitung sind bis jetzt zwei mögliche Strukturen vorgeschlagen worden, in denen die kohärente Dynamik von Quantenzuständen studiert werden könnte. In der einen werden Ladungszustände, in der anderen magnetische Flusszustände makroskopisch überlagert [19].

Beim ersten Vorschlag sind die Zustände des QUBITs zwei Ladungszustände einer supraleitenden Insel, also zwei makroskopisch verschiedene Zustände. In einem wichtigen Experiment, das kürzlich in Japan ausgeführt wurde [20], gelang es erstmals, die kohärente Überlagerung zweier Ladungszustände einer Insel zu beobachten und damit die prinzipielle Realisierbarkeit eines solchen QUBITs zu zeigen. Der nächste Schritt ist es, zwei oder mehrere solcher QUBITs zu koppeln. Diese Experimente haben mit einer Fülle von Schwierigkeiten zu kämpfen; Quanten-Informationsverarbeitung mit ihrer Hilfe liegt sicher in weiter Ferne. Wenn man aber bedenkt, dass zwischen dem ersten primitiven Transistor und dem Pentium-Chip nur 40 Jahre lagen, ist ein gewisser Optimismus durchaus angebracht!

Eine Reihe aktueller Forschungsthemen der mesoskopischen Supraleitung konnten wir aus Platzgründen nicht anschnitten: Quanten-Schrotrauschen in NS-Kontakten, NS-Heterostrukturen mit magnetischen Materialien, spezielle Vortexstrukturen in kleinen Supraleitern, und vieles andere mehr (siehe [4]). Das Gebiet der mesoskopischen Supraleitung ist also nach wie vor in schneller Entwicklung begriffen und sowohl Theoretiker als auch Experimentatoren – deren intensive Wechselwirkung die mesoskopische Physik geprägt hat – dürfen auf weitere Überraschungen gespannt sein. Die Physik der Na-

nostrukturen wird mit ziemlicher Sicherheit eines der zukunftsstrchtigsten Gebiete der modernen Festkörperphysik bleiben.

A Der Josephson-Effekt

Der Josephson-Effekt ist einer der erstaunlichsten und am besten untersuchten Aspekte der Supraleitung; auf ihm beruhen zahlreiche Anwendungen. Zwischen zwei Supraleitern, die durch eine Tunnelbarriere (z.B. Oxid) getrennt sind, kann ein dissipationsloser Suprastrom fließen, auch wenn keine Spannung angelegt ist [5]. Der Grundzustand eines Supraleiters ist durch eine feste Phase charakterisiert. Besteht eine Phasendifferenz $\phi_1 - \phi_2$ zwischen beiden Supraleitern, d.h., sind die beiden Phasen verschieden, so wird dadurch ein Suprastrom $I = I_c \sin(\phi_1 - \phi_2)$ angetrieben. Dieses Phänomen wird DC-Josephson-Effekt genannt. Der maximale Suprastrom (der kritische Strom) ist im Falle einer Tunnelbarriere durch $I_c = \pi\Delta/2eR_N$ gegeben, Δ ist dabei die Energielücke der Supraleiter und R_N der Widerstand der Tunnelbarriere im normalleitenden Zustand. Der AC-Josephson-Effekt ergibt sich, wenn von aussen eine Gleichspannung V zwischen den beiden Supraleitern angelegt wird: in diesem Fall fließt ein Wechselstrom mit der Frequenz $2eV/\hbar$. Die beiden Josephson-Effekte wurden 1962 von Josephson theoretisch vorhergesagt und kurz darauf triumphal bestätigt. Sie treten nicht nur auf, falls zwei Supraleiter durch eine Tunnelbarriere gekoppelt sind, sondern für jede Art von schwacher Kopplung (im Englischen *weak link*) zwischen zwei Supraleitern. So können zwei Supraleiter etwa durch eine dünne Einschnürung oder durch eine normalleitende Schicht schwach gekoppelt sein.

B Andreev-Reflexion

Die Dynamik eines Quasiteilchens (d.h., eines Elektrons oder eines Lochs) im normalen Teil einer SN-Struktur lässt sich am einfachsten mit der Bogolyubov-de Gennes Gleichung beschreiben [5]. Es handelt sich um eine Verallgemeinerung der Schrödinger-Gleichung auf zweikomponentige Wellenfunktionen $\Psi = (u, v)$, wobei u den „Teilchen-“ und v den „Loch-“ Charakter beschreibt. In einem normalen Metall ohne Kontakt zu einem Supraleiter ist nur entweder die eine oder die andere Komponente von 0 verschieden, es liegen entweder Teilchen oder Löcher vor, die sich nicht ineinander umwandeln können.

Die elementaren Anregungen des Supraleiters, die beim Aufbrechen eines Cooper-Paares entstehen, sind die sogenannte Bogolyubov-Quasiteilchen, die gemischten Charakter haben, d.h., sowohl u als auch v sind von 0 verschieden. Ist ein Supraleiter in Kontakt mit einem Normalleiter, so koppelt die supraleitende Grenzfläche die Teilchen- und Lochkomponente der Wellenfunktion im Normalleiter.

Genauer kann man das wie folgt sehen: die Wellenfunktion Ψ muss der Bogolyubov-de Gennes Gleichung gehorchen:

$$H\Psi = E\Psi, \quad (1)$$

dabei ist H eine 2×2 -Matrix:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{-\hbar^2\nabla^2}{2m} - \mu & \Delta(x) \\ \Delta^*(x) & -(\frac{-\hbar^2\nabla^2}{2m} - \mu) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

$\Delta(x)$, das (komplexwertige) supraleitende Paarpotential, koppelt die beiden Komponenten von Ψ . Wie in Bild 5 gezeigt wird, führt eine einlaufende teilchenartige Welle, $\Psi = (e^{ikx}, 0)$, zu einer reflektierten lochartigen Welle $(0, r_A e^{ikx})$, dabei ist r_A der Andreev-Reflexionskoeffizient. Er hängt sowohl von der Energie, als auch von der Phase von Δ ab. Für Einfallsenergien kleiner als Δ gilt $|r_A|^2 = 1$, d.h., ein einlaufendes Teilchen wird mit Wahrscheinlichkeit 1 in ein Loch umgewandelt. Das (positiv geladene) Loch läuft mit der umgekehrten Gruppengeschwindigkeit des einlaufenden Teilchens zurück, alle drei Komponenten der Gruppengeschwindigkeit sind umgekehrt und nicht nur die zur Grenzfläche senkrechten Komponenten wie bei spiegelnder Reflexion. Im Supraleiter ergibt sich eine auf der Skala $\xi_0 = \hbar k_F / m\Delta$ exponentiell gedämpfte Lösung. Die Ladungsbilanz wird dadurch ausgeglichen, dass ein Cooper-Paar an den Supraleiter abgegeben wird: im stationären Fall fließt ein Suprastrom im Supraleiter.

Literatur

- [1] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995); Y. Imry, *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford University Press, Oxford, 1997).
- [2] D. V. Averin and K. K. Likharev, in *Mesoscopic Phenomena in Solids*, edited by B. L. Al'tshuler, P. A. Lee, and R. A. Webb (North-Holland, Amsterdam, 1991).

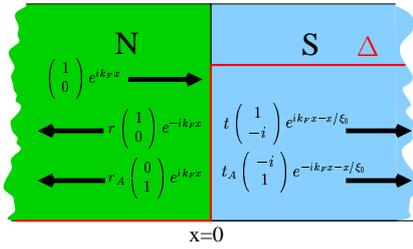


Abbildung 5: Beim Andreev-Streuprozess wird ein einfallendes Teilchen in ein Loch umgewandelt. Ausserdem kann normale Reflexion, normale Transmission und Transmission als Loch auftreten. Zusätzlich wird ein Teil des Stroms an das supraleitende Kondensat abgegeben (nicht eingezeichnet).

- [3] T. Hoss, C. Strunk, and C. Schönberger, *Microelectronics Engineering* **46**, 149 (1999).
- [4] *Superlattices and Microstructures* **25**, 627 - 1288 (1999). Siehe auch *Mesoscopic Superconductivity*, edited by F. W. J. Hekking, G. Schön, and D. V. Averin, *Physica B* **203**, 201 - 531 (1994); C. Bruder, *Superconductivity Review* **1**, 261 (1996); C. J. Lambert and R. Raimondi, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 901 (1998).
- [5] P. G. De Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (W. A. Benjamin, New York, 1966).
- [6] H. Grabert und M. Devoret, *Phys. Bl.* 1994 3/229.
- [7] P. Visani, A. C. Mota, and A. Pollini, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1514 (1990); A. C. Mota, P. Visani, A. Pollini, and K. Aupke, *Physica B* **197**, 95 (1994).
- [8] W. Belzig, C. Bruder, and A. L. Fauchère, *Phys. Rev. B* **58**, 14531 (1998).
- [9] C. Bruder and Y. Imry, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5782 (1998); A. L. Fauchère, W. Belzig, and G. Blatter, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3336 (1999).
- [10] C. W. J. Beenakker, in *Mesoscopic Quantum Physics*, edited by E. Akkermans, G. Montambaux, and J.-L. Pichard (North-Holland, Amsterdam, 1995).

- [11] F. K. Wilhelm, G. Schön, and A. D. Zaikin, Phys. Rev. Lett. **81**, 1682 (1998); J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, and T. M. Klapwijk, Nature **397**, 43 (1999).
- [12] Yu. V. Nazarov and T. H. Stoof, Phys. Rev. Lett. **76**, 823 (1996).
- [13] M. Matters, W. J. Elion, and J. E. Mooij, Phys. Rev. Lett. **75**, 721 (1995).
- [14] W. J. Elion, J. J. Wachtters, L. L. Sohn, and J. E. Mooij, Phys. Rev. Lett. **71**, 2311 (1993).
- [15] F. Braun and J. von Delft, Phys. Rev. B **59**, 9527 (1999).
- [16] A. Yu. Kasumov *et al.*, Science **284**, 1508 (1999).
- [17] R. Fazio *et al.*, Superlatt. Microstruct. **25**, 1163 (1999).
- [18] H.-J. Briegel, I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Bl. 1999 9/37; D.P. DiVincenzo and D. Loss, J. Mag. Magn. Matl. **200**, 202 (1999).
- [19] Y. Makhlin, G. Schön, and A. Shnirman, Nature **398**, 305 (1999); T. Orlando *et al.*, Science **285**, 1036 (1999). Siehe auch L. B. Ioffe *et al.*, Nature **398**, 679 (1999) für einen anderen Vorschlag mit supraleitenden Elementen.
- [20] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin, and J. S. Tsai, Nature **398**, 786 (1999).